

# 数 学

## 注意事項

1. 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら、すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し、受験番号を「答案用紙」の5枚すべてに記入してください。
  - 問題 1枚
  - 答案用紙 (数学その1) ~ (数学その5) 各1枚 計5枚
  - 計算用紙 (その1) ~ (その2) 各1枚 計2枚

(この「注意事項」は「計算用紙(その2)」のうら面に印刷されています。)
3. 「問題」1枚と「答案用紙」5枚および「計算用紙」2枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所を書いてください。(数学その1) および(数学その2)では、おもて面に解答し、(数学その3) ~ (数学その5)では、うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」1枚および「計算用紙」2枚は草案として使用してもかまいませんが、採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後、「答案用紙」5枚はすべて回収します。上から(数学その1)、(数学その2)、…、(数学その5)の順に、おもて面を上にして、ひろげた状態で用紙の上下をそろえて5枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席しててください。

令和3年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄  から  にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1) 6個の値 5, 1, 11, 3,  $a$ ,  $b$  からなるデータの平均値が 5.5, 中央値が 4.5 であるとする。ただし,  $a < b$  とする。このとき,  $a =$   であり,  $b =$   である。
- (2) 整式  $P(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + x^2 - 4x + 1$  を考える。 $y = x + \frac{1}{x}$  とおくと,  $\frac{P(x)}{x^3} =$   のように  $y$  の 1 次式の積に因数分解できる。また, 方程式  $P(x) = 0$  の実数解のうち最小のものを求めると  $x =$   となる。
- (3)  $a$  を正の定数とする。座標平面上の原点  $O(0,0)$  と定点  $A(x_1,0)$  (ただし  $x_1 \neq 0$ ) について,  $OP : AP = 1 : a$  である点  $P(x,y)$  の軌跡が点  $(2,0)$  を中心とする半径 1 の円となるとき,  $x_1 =$   ,  $a =$   である。
- (4) 座標平面上に 3 点  $A(3,0)$ ,  $B(2,2)$ ,  $C(3,3)$  がある。直線  $l$  が  $\angle ABC$  を 2 等分するとき,  $l$  の傾きは  であり,  $y$  切片は  である。
- (5) 座標空間に 3 点  $A\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$ ,  $B\left(0, \frac{1}{3}, 0\right)$ ,  $C\left(0, 0, \frac{1}{4}\right)$  があり, 3 点  $A, B, C$  を通る平面に垂直なベクトルの 1 つを求めると  $\vec{n} = \left(1, \text{>}, \text{>}\right)$  である。原点  $O(0,0,0)$  とこの平面の距離は  である。また, 実数  $\alpha$  に対して座標が  $(\alpha, 2\alpha, 3\alpha)$  である点を  $D$  とし, 原点  $O$  に関する位置ベクトルが  $2\vec{n}$  となる点を  $E$  とする。原点  $O$  と点  $E$  が点  $D$  を中心とする球面上にあるとき,  $\alpha =$   である。

2 次の問題文の空欄  から  にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \{\cos(x + \sin x) + \cos(x - \sin x)\} dx =$   であり,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(\sin x) \sin 2x dx =$   である。
- (2) 複素数  $\alpha, \beta$  が  $\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta = 0$ ,  $|\alpha - \beta| = 2$  を満たすとき,  $2|\alpha| + |\beta|$  の値が最大となるのは,  $|\alpha| =$  ,  $|\beta| =$   のときである。
- (3) 等式  $2021x + 312y = 1$  を満たす整数  $x, y$  のうち,  $|x| + |y|$  の値が最小である  $x, y$  の組は,  $(x, y) =$   である。

3 5 人が円形のテーブルに向かって着席し, 1 枚の硬貨と 2 枚のカードを使うゲームを行う。最初は 5 人のうち 1 組の隣り合う 2 人がカードを 1 枚ずつ持っている。このとき, 次の操作 P を行う。

P: カードを持っている 2 人が 1 人ずつ硬貨を投げる。2 人とも硬貨を投げた後, 表が出た人は右隣の人にカードを渡し, 裏が出た人は左隣の人にカードを渡す。

この P を 1 回の操作とし, 次々と操作 P を続けていく。ただし, 操作 P を終えた各段階でカードを両隣から渡され 2 枚のカードを持った人がいたら, その人を勝者としてその時点でゲームを終える。操作 P を 10 回終えた段階で勝者が決まらない場合も, その時点でゲームを終わりとする。 $n \leq 9$  のとき, 操作 P を  $n$  回終えた段階で勝者が決まらずゲームが終わらない確率を  $p_n$  とする。

- (1)  $p_2, p_3$  を求めよ。  
 (2)  $p_6$  を求めよ。

4 任意の自然数  $m$  に対して,  $\sum_{k=1}^n k^m$  は  $n$  についての  $(m+1)$  次式で表されることを証明せよ。ただし,  $m=1$  のとき  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  となり,  $n$  についての 2 次式で表されることは証明なしで使ってよい。

5  $x > 0$  で定義された関数  $f(x) = \log x - (\log x)^2$  の第  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) に対して, 方程式  $f^{(n)}(x) = 0$  の解を  $x = x_n$  とおく。このとき,  $\frac{x_{n+1}}{x_n}$  を求めよ。

令和3年度入学者選抜試験答案用紙（数学その1）

1の解答を必ず解答欄内を書いてください。

(1) ア	
-------	--

イ	
---	--

(2) ウ	
-------	--

エ	
---	--

(3) オ	
-------	--

カ	
---	--

(4) キ	
-------	--

ク	
---	--

(5) ケ	
-------	--

コ	
---	--

サ	
---	--

シ	
---	--

受験番号

小計



令和3年度入学者選抜試験答案用紙（数学その3）

3 の解答を書いてください。

受 験 番 号

小 計

令和3年度入学者選抜試験答案用紙（数学その4）

4 の解答を書いてください。

受 験 番 号

小 計

令和3年度入学者選抜試験答案用紙（数学その5）

5 の解答を書いてください。

受 験 番 号

小 計





